

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Одобрено на заседании

Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ

Протокол от 24.04.2023 № 23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

название дисциплины

для направления подготовки

22.03.01 - Материаловедение и технологии материалов

код и название направления подготовки

образовательная программа

Плазменные и лазерные технологии материалов

Форма обучения: очная

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1.	Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, общеинженерные и естественнонаучные знания	З-ОПК-1 знать фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы У-ОПК-1 уметь применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера; В-ОПК-1 владеть навыками моделирования, математического анализа, а также решать задачи в области естественнонаучных и общеинженерных знаний.
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции / Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 2 семестр			
1.	Матрицы, определители, системы уравнений	ОПК-2 УКЕ-1	КР № 1, ИДЗ «Линейная алгебра».
2.	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы	ОПК-2 УКЕ-1	КР № 1, КР № 2, ИДЗ «Линейная алгебра».
3.	Евклидовы пространства, квадратичные формы	ОПК-2 УКЕ-1	КР № 2 ИДЗ «Линейная алгебра».
Промежуточная аттестация, 2 семестр			
	зачет/экзамен	ОПК-2 УКЕ-1	Экзаменационный билет

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины	Творческая деятельность	Включает нижестоящий уровень. Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	Включает нижестоящий уровень. Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	продвинутый	высокий
	высокий	продвинутый
продвинутый	пороговый	высокий
	высокий	пороговый
	продвинутый	продвинутый
	продвинутый	пороговый
	пороговый	продвинутый
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
 - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
 - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	8	18 (60% от 30)	30
Рейтинговая контрольная работа	8	18	30

№ 1			
Контрольная точка № 2	15-16	18 (60% от 30)	30
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	15	25
Индивидуальное домашнее задание	16	зачтено	зачтено
Промежуточная аттестация	-	24 – (60% 40)	40
Экзамен	-		
Экзаменационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

№	Задание	Вариант(ы) ответа
1	Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	- вариант ответа: 0 + вариант ответа: 1 - вариант ответа: 2
2	Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	- вариант ответа: 0 - вариант ответа: 1 + вариант ответа: 2
3	Найти определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	+ вариант ответа: -2 - вариант ответа: 0 - вариант ответа: 2
4	Найти обратную матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	- $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
5	Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	- $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

		$+\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
6	Выполнить действие $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T$	$-\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ $-\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ $+\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
7	Определить размерность пространства решений системы $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	- вариант ответа: 1 + вариант ответа: 2 - вариант ответа: 3 - вариант ответа: 4
8	Являются ли функции $1, x, x^2$ линейно независимыми?	- нет + да - нет правильного ответа
9	Являются ли функции $1, \sin^2 x, \cos^2 x$ линейно зависимыми?	- нет + да - нет правильного ответа
10	Решить систему $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$	- вариант ответа: (1,1) + вариант ответа: (2,1) - вариант ответа: (3,2) - вариант ответа: (4,-1)
11	Найти координаты вектора $x = (1,1)$ в базисе f_1, f_2 , если он задан в базисе e_1, e_2 : $f_1 = e_1 + e_2, f_2 = e_1 - e_2$.	- вариант ответа: (1,1) + вариант ответа: (1,0) - вариант ответа: (0,1) - вариант ответа: (0,0)
12	Написать матрицу оператора проекции на ось Oх в базисе i,j,k	$+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $-\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ - нет правильного ответа
13	Написать матрицу оператора симметрии относительно оси Oх в базисе i,j,k	$-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ - нет правильного ответа

14	Найти размерность ядра оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	+ вариант ответа: 1 - вариант ответа: 2 - вариант ответа: 0
15	Найти размерность образа оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	- вариант ответа: 0 + вариант ответа: 1 - вариант ответа: 2
16	Сколько линейно независимых собственных векторов имеется у данного оператора? $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	- вариант ответа: 1 + вариант ответа: 2 - вариант ответа: 0
17	Приводится ли матрица оператора $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ к диагональному виду?	- да + нет - нет правильного ответа
18	Вычислить длину вектора (1,1,1,1)	- вариант ответа: $\sqrt{2}$ - вариант ответа: 4 + вариант ответа: 2
19	Вычислить косинус угла между векторами $(1,1,1,1)$ $(1, -1,1,1)$	- вариант ответа: 1 + вариант ответа: 0.5 - вариант ответа: 0
20	Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $f_1 = (1,1,0,0)$, $f_2 = (0,0,1,1)$.	- вариант ответа: 1 + вариант ответа: 2 - вариант ответа: 3
21	Является ли квадратичная форма положительно определённой? $x_1^2 + x_2^2 + x_2x_3$	+ да - нет - нет правильного ответа
22	Найти матрицу оператора А в базисе $f_1 = e_2, f_2 = e_1$, если она задана в базисе e_1, e_2 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	+ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ - нет правильного ответа
23	Образуют ли функции $1, x, x^2$ базис в пространстве полиномов степени меньше или равной 2?	- нет + да - нет правильного ответа
24	Какова размерность пространства матриц размера 2x3?	- вариант ответа: 3 - вариант ответа: 4 - вариант ответа: 5

		+ вариант ответа: 6
25	Какова размерность пространства полиномов степени меньше или равной 3?	- вариант ответа: 1 - вариант ответа: 2 - вариант ответа: 3 + вариант ответа: 4
26	является ли квадратичная форма знакопеременной? $4x_1^2 - 5x_2^2$	+ да - нет - нет правильного ответа
27	Является ли множество всех сходящихся последовательностей с обычными операциями сложения и умножения на число линейным пространством?	+ да - нет - нет правильного ответа
28	Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	2
29	Найти определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$	6
30	Вычислить произведение матриц $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
31	Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
32	Найти размерность линейной оболочки векторов $(1,1,1,1)$ $(1,-1,1,1)$	2
33	Найти размерность пространства решений системы $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	1
34	Найти размерность ядра оператора $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	1
35	Найти размерность образа оператора $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	1

36	Найти матрицу обратного оператора $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
37	Найти собственные значения матрицы оператора $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	+ 1 ; -1
38	Привести к диагональному виду матрицу оператора $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ или $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
39	Применить процесс ортогонализации Грама-Шмидта к векторам $e_1 = (1,0)$; $e_2 = (1,1)$	$f_1 = (1,0)$; $f_2 = (0,1)$
40	Вычислить матрицу Грама $G(e_1, e_2)$ $e_1 = (1,0)$; $e_2 = (1,1)$	$G(e_1, e_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
41	Вычислить матрицу Грама $G(e_1, e_2, e_3)$ $e_1 = (1,0,0)$; $e_2 = (1,1,0)$; $e_3 = (1,1,1)$	$G(e_1, e_2, e_3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
42	Записать матрицу квадратичной формы $f(\bar{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
43	Найти собственные векторы оператора $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\lambda_1 = 3 \quad v_1 = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$ $\lambda_2 = 1 \quad v_2 = C_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
44	Записать характеристический многочлен оператора $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\lambda^2 - 1$
45	Записать характеристический многочлен оператора $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$-\lambda^3 + 3\lambda^2 - 3\lambda + 1$
46	Является ли оператор	нет

	$A(x, y) = (x + 1, y)$ линейным?	
47	Записать матрицу перехода T от базиса e_1, e_2 к базису $f_1 = e_2, f_2 = e_1$	$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
48	Является ли форма положительно определенной, знакопеременной или отрицательно определенной? $f(\vec{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_3^2$	знакопеременная
49	Является ли форма положительно определенной, знакопеременной или отрицательно определенной? $f(\vec{x}) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2$	положительно определена
50	Может ли $\lambda = 0$ быть собственным значением а) ортогонального оператора, б) самосопряженного оператора?	а) нет б) да

Баллы	Оценка по нормативной шкале	Количество правильных ответов
		18-20
12-16	4 (хорошо)	30-39
8-10	3 (удовлетворительно)	20-29
6 и меньше	2 (неудовлетворительно)	19 и меньше